

MATEMATIKA II**1. DIO**

4. rujna 2009.

1. (i) Što je primitivna funkcija? Odgovorite rečenicom i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = xe^x + 1$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = e^x(x+1)$? Obrazložite! (4 boda)
(iii) Odredite $\int 7 \sin(\frac{2}{3}x + 5)dx$. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-3}^2 (2x^2 + 3x)dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
(ii) Napišite formulu za prirast funkcije f oko (x_0, y_0) i za približni prirast. (2 boda)
(iii) Odredite prirast i približni prirast ako je $f(x, y) = x^2 - y^2$, $(x_0, y_0) = (10, 6)$, u ovisnosti o Δx , Δy i posebno za $\Delta x = -0.1$, $\Delta y = 0.1$. (6 bodova)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y)dxdy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Opišite (i) ako je $f(x, y) = y^2 + 1$ i ako je D zadano s $-2 \leq x \leq 2$, $x^2 - 4 \leq y \leq \frac{1}{2}x + 1$. Slika! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). Interpretirajte ga ako je f funkcija gustoće mase. (4 boda)
5. (i) Zapišite opću homogenu linearu diferencijalnu jednadžbu drugog reda i njenu karakterističnu jednadžbu. Kakva mogu biti rješenja karakteristične jednadžbe? (3 boda)
(ii) Opišite opće rješenje diferencijalne jednadžbe iz (i). (3 boda)
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe $y'' - 13y' + 36y = 0$, $y'' - 8y' + 16y = 0$ i $y'' - 2y' + 2y = 0$. Odredite partikularna rješenja ako je $y(0) = 2$, $y'(0) = 13$. (4 boda)

MATEMATIKA II**1. DIO**

4. rujna 2009.

1. (i) Što je primitivna funkcija? Odgovorite rečenicom i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = xe^x + 1$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = e^x(x+1)$? Obrazložite! (4 boda)
(iii) Odredite $\int 7 \sin(\frac{2}{3}x + 5)dx$. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-3}^2 (2x^2 + 3x)dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
(ii) Napišite formulu za prirast funkcije f oko (x_0, y_0) i za približni prirast. (2 boda)
(iii) Odredite prirast i približni prirast ako je $f(x, y) = x^2 - y^2$, $(x_0, y_0) = (10, 6)$, u ovisnosti o Δx , Δy i posebno za $\Delta x = -0.1$, $\Delta y = 0.1$. (6 bodova)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y)dxdy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Opišite (i) ako je $f(x, y) = y^2 + 1$ i ako je D zadano s $-2 \leq x \leq 2$, $x^2 - 4 \leq y \leq \frac{1}{2}x + 1$. Slika! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). Interpretirajte ga ako je f funkcija gustoće mase. (4 boda)
5. (i) Zapišite opću homogenu linearu diferencijalnu jednadžbu drugog reda i njenu karakterističnu jednadžbu. Kakva mogu biti rješenja karakteristične jednadžbe? (3 boda)
(ii) Opišite opće rješenje diferencijalne jednadžbe iz (i). (3 boda)
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe $y'' - 13y' + 36y = 0$, $y'' - 8y' + 16y = 0$ i $y'' - 2y' + 2y = 0$. Odredite partikularna rješenja ako je $y(0) = 2$, $y'(0) = 13$. (4 boda)

1. (i) Geometrijski interpretirajte integral

$$\int_{-2}^2 |x^3 - 1| dx. \quad (5 \text{ bodova})$$

(ii) Izračunajte integral zadan u i). (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje omeđeno krivuljama $y = e^x$, $y = 1$ i $x = \ln 2$ te napišite određeni integral koji odgovara površini tog područja i izračunajte ga. (5 bodova)

(ii) Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom područja iz (i) oko osi x . (5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4} + \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

(i) Nađite domenu te funkcije i skicirajte je. (4 boda)

(ii) Izračunajte parcijalne derivacije drugog reda u točki $(2, 1)$. (6 bodova)

4. Zadana je funkcija $f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.

(i) Odredite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $T(4, 1, z_0)$. (5 bodova)

(ii) Nađite lokalne ekstreme te funkcije. (5 bodova)

5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y'' - 4y = e^x$. (6 bodova)

(ii) Riješite Cauchyev problem:

$$y'' - 4y = e^x \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3. \quad (4 \text{ boda})$$

1. (i) Geometrijski interpretirajte integral

$$\int_{-2}^2 |x^3 - 1| dx. \quad (5 \text{ bodova})$$

(ii) Izračunajte integral zadan u i). (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje omeđeno krivuljama $y = e^x$, $y = 1$ i $x = \ln 2$ te napišite određeni integral koji odgovara površini tog područja i izračunajte ga. (5 bodova)

(ii) Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom područja iz (i) oko osi x . (5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4} + \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

(i) Nađite domenu te funkcije i skicirajte je. (4 boda)

(ii) Izračunajte parcijalne derivacije drugog reda u točki $(2, 1)$. (6 bodova)

4. Zadana je funkcija $f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.

(i) Odredite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $T(4, 1, z_0)$. (5 bodova)

(ii) Nađite lokalne ekstreme te funkcije. (5 bodova)

5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y'' - 4y = e^x$. (6 bodova)

(ii) Riješite Cauchyev problem:

$$y'' - 4y = e^x \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3. \quad (4 \text{ boda})$$